

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

15 марта 2022 года

Вариант МА2110409

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите корень уравнения $\sqrt{34 - 3x} = x - 2$.

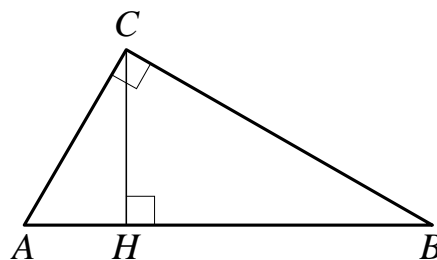
Ответ: _____.

2 В сборнике билетов по физике всего 40 билетов, в 14 из них встречается вопрос по теме «Скорость». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Скорость».

Ответ: _____.

3 В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AH = 6,75$, $\cos A = \frac{3}{4}$. Найдите AB .

Ответ: _____.

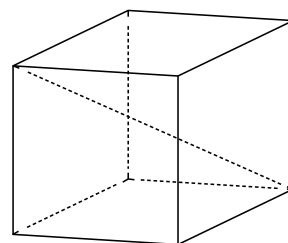


4 Найдите $-20\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,8$.

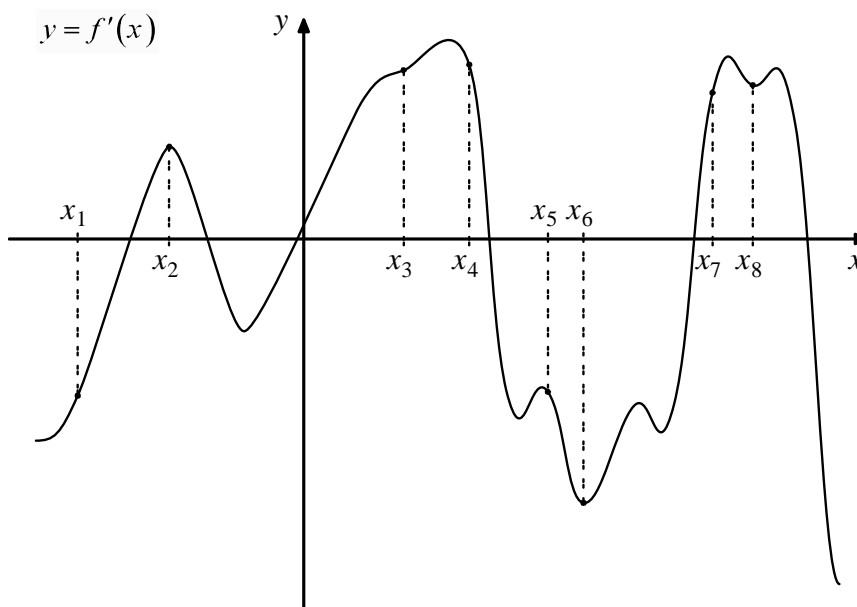
Ответ: _____.

5 Объём куба равен $375\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.

Ответ: _____.



- 6** На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?



Ответ: _____.

- 7** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа равна 184 мг. Период его полураспада составляет 7 минут. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 23 мг.

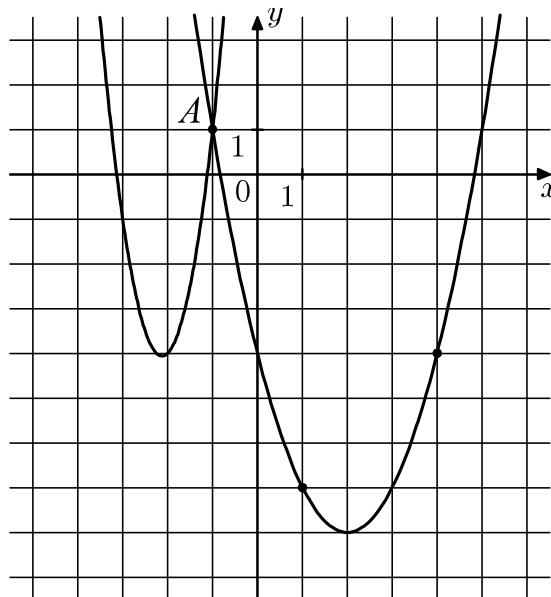
Ответ: _____.

- 8** Товарный поезд каждую минуту проезжает на 450 метров меньше, чем скорый, и на путь в 630 км тратит времени на 3 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

9

На рисунке изображены графики функций $f(x) = 4x^2 + 17x + 14$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



Ответ: _____.

10

Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика числа 5 и 6 встречаются по три раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 5 и 6 очков. Какова вероятность того, что бросали второй кубик?

Ответ: _____.

11

Найдите точку максимума функции $y = x^5 + 15x^3 - 260x$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение $\frac{3\cos 2x + 7\sin x - 5}{9\cos^2 x - 5} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3}{2}\pi\right]$.

13

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ из точки B опущен перпендикуляр BH на плоскость SAD .

а) Докажите, что $\angle AHC = 90^\circ$.

б) Найдите объём пирамиды, если $HA = \sqrt{2}$ и $HC = 4$.

14

Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(27 - 2x^2 - 3x) \geq 2 \cdot \log_{\frac{1}{9}}(24 - x^2 - x)$.

15

В июле планируется взять в банке некоторую сумму в кредит на три года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года нужно внести платёж, равный 2,662 млн рублей.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что долг был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

16

Из вершины тупого угла C треугольника ABC проведена высота CH . Окружность с центром H и радиусом HC второй раз пересекает стороны AC и BC в точках M и N соответственно, а прямая CH — эту окружность в точке D .

а) Докажите, что угол MDN равен сумме углов A и B треугольника ABC .

б) Найдите отношение MN к AB , если известно, что $CM : MA = 2 : 25$ и $CN : NB = 2 : 1$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$2\cos^2 x + \left(5a + \frac{1}{a+1}\right)|\sin x| = a^2 - 6a + 2$$

имеет единственное решение на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

18 У Вани есть несколько пакетов с вещами, каждый из которых весит целое число килограммов. Он хочет разложить все эти пакеты, не перекладывая их содержимое, по n имеющимся у него одинаковым рюкзакам. В каждый рюкзак можно положить любое число пакетов, суммарная масса которых не превосходит m килограммов.

- а) Сможет ли Ваня разложить таким образом семь пакетов, которые весят 3, 6, 9, 12, 15, 18 и 21 кг, если $n = 3$ и $m = 29$?
- б) Сможет ли Ваня разложить таким образом семь пакетов, которые весят 2, 5, 8, 11, 14, 17 и 20 кг, если $n = 3$ и $m = 26$?
- в) Какое наименьшее значение может принимать m , чтобы Ваня при $n = 4$ смог разложить таким образом девять пакетов, которые весят 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17 и 19 кг?

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

15 марта 2022 года

Вариант МА2110410

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Найдите корень уравнения $\sqrt{73-x} = x-1$.

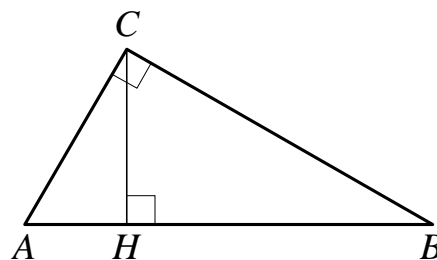
Ответ: _____.

2 В сборнике билетов по географии всего 25 билетов, в 15 из них встречается вопрос по теме «Реки и озёра». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Реки и озёра».

Ответ: _____.

3 В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AH = 5,4$, $\cos A = \frac{3}{5}$. Найдите AB .

Ответ: _____.

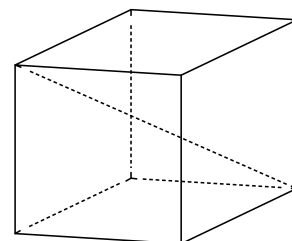


4 Найдите $-4\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = 0,8$.

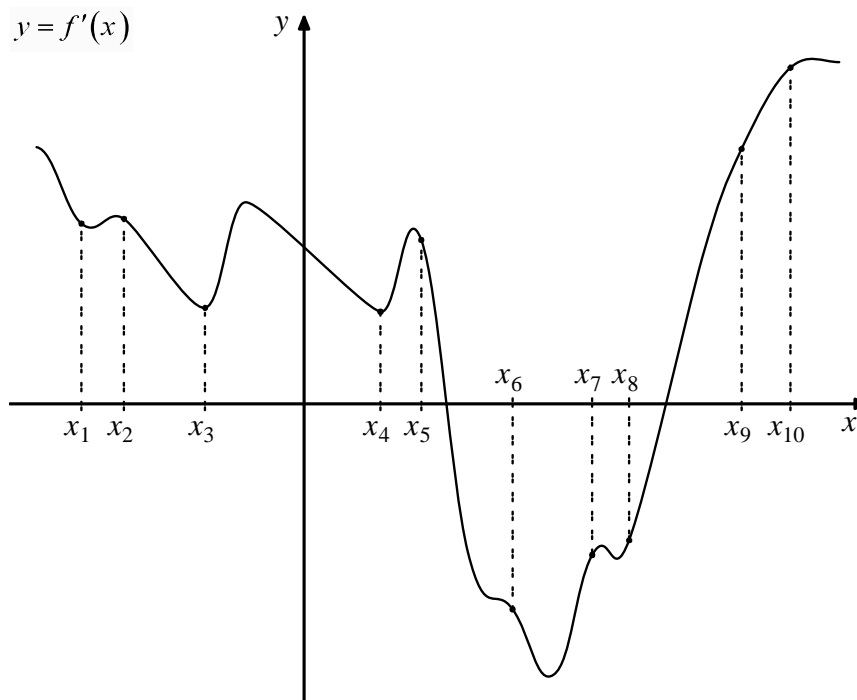
Ответ: _____.

5 Объём куба равен $192\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.

Ответ: _____.



- 6** На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено десять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?



Ответ: _____.

- 7** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа равна 148 мг. Период его полураспада составляет 4 минуты. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 37 мг.

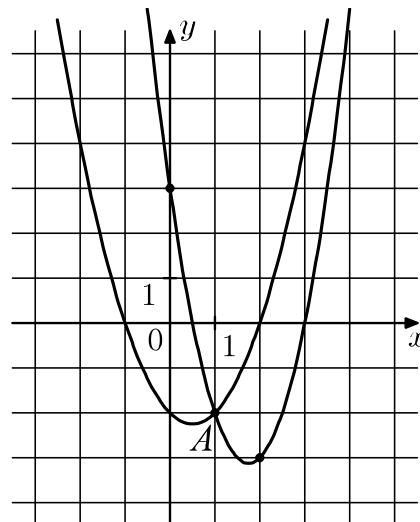
Ответ: _____.

- 8** Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 метров меньше, чем скорый, и на путь в 560 км тратит времени на 4 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

9

На рисунке изображены графики функций $f(x) = x^2 - x - 2$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



Ответ: _____.

10

Первый игральный кубик обычный, а на гранях второго кубика числа 1 и 2 встречаются по три раза. В остальном кубики одинаковые. Один случайно выбранный кубик бросают два раза. Известно, что в каком-то порядке выпали 1 и 2 очка. Какова вероятность того, что бросали первый кубик?

Ответ: _____.

11

Найдите точку максимума функции $y = x^5 - 5x^3 - 270x$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение $\frac{5 \cos 2x + 9 \sin x - 7}{25 \cos^2 x - 21} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-5\pi; -\frac{7}{2}\pi\right]$.

13

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ из точки B опущен перпендикуляр BH на плоскость SAD .

а) Докажите, что $\angle AHC = 90^\circ$.

б) Найдите объём пирамиды, если $HA = 2\sqrt{2}$ и $HC = 8$.

14

Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(35 - 2x^2 + 3x) \geq 3 \log_{\frac{1}{8}}(33 - x^2 + 2x)$.

15

В июле планируется взять в банке некоторую сумму в кредит на три года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года нужно внести платёж, равный 2,592 млн рублей.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что долг был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

16

Из вершины тупого угла C треугольника ABC проведена высота CH . Окружность с центром H и радиусом HC второй раз пересекает стороны AC и BC в точках M и N соответственно, а прямая CH — эту окружность в точке D .

а) Докажите, что угол MDN равен сумме углов A и B треугольника ABC .

б) Найдите отношение MN к AB , если известно, что $CM : MA = 1 : 11$ и $CN : NB = 3 : 1$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$3\cos^2 x + \left(4a + \frac{1}{a+1}\right)|\sin x| = a^2 - 4a + 3$$

имеет единственное решение на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

18 У Вани есть несколько пакетов с вещами, каждый из которых весит целое число килограммов. Он хочет разложить все эти пакеты, не перекладывая их содержимое, по n имеющимся у него одинаковым рюкзакам. В каждый рюкзак можно положить любое число пакетов, суммарная масса которых не превосходит m килограммов.

- а) Сможет ли Ваня разложить таким образом семь пакетов, которые весят 3, 9, 12, 15, 18, 21 и 24 кг, если $n = 3$ и $m = 35$?
- б) Сможет ли Ваня разложить таким образом семь пакетов, которые весят 2, 8, 11, 14, 17, 20 и 23 кг, если $n = 3$ и $m = 32$?
- в) Какое наименьшее значение может принимать m , чтобы Ваня при $n = 4$ смог разложить таким образом девять пакетов, которые весят 3, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 и 21 кг?